

文章编号:1007-2780(2025)10-1490-19

## 基于双因子分层约束的深度非负矩阵分解 用于高光谱解混

屈克文\*, 罗小娟, 保文星

(北方民族大学 计算机科学与工程学院, 宁夏 银川 750021)

**摘要:**高光谱解混(HU)是解决混合像元和表征土地覆盖成分的关键技术。尽管深度非负矩阵分解(DNMF)在HU中表现优异,但现有方法多聚焦于丰度建模,忽视了端元的多层次特征提取,且对其非线性表征能力不足,限制了解混精度。为此,本文提出一种面向端元层次分析的深度NMF框架,引入端元子空间的层间正交性约束和丰度细化的动态稀疏正则化。首先,通过多层端元分解增强光谱的非线性特征表达;其次,设计一种最小距离引导的子空间正交机制提升端元可分性,并与动态加权稀疏性策略协同,提升丰度估计的空间一致性;最后,以预训练粗初始化和跨层反向传播精调为核心,构建两阶段的分层优化算法。在2个合成数据集和4个真实数据集上进行实验,结果显示,本文方法在不同信噪比下的SAD为0.004 2~0.078 2, RMSE为0.014 0~0.092 5,分别优于对比方法1.42%~5.64%和1.87%~6.48%,验证了其准确性与鲁棒性。

**关键词:**高光谱解混;深度非负矩阵分解;端元判别;正交约束;分层稀疏正则化

中图分类号:TP751 文献标识码:A doi:10.37188/CJLCD.2025-0122 CSTR:32172.14.CJLCD.2025-0122

## Deep nonnegative matrix factorization with dual-factor hierarchical constraints for hyperspectral unmixing

QU Kewen\*, LUO Xiaojuan, BAO Wenxing

(School of Computer Science and Engineering, North Minzu University, Yinchuan 750021, China)

**Abstract:** Hyperspectral unmixing (HU) is a key technology for addressing mixed pixels and characterizing land cover components. Although deep non-negative matrix factorization (DNMF) has shown excellent performance in HU, existing methods mostly focus on abundance modeling and neglect the multi-level feature extraction of endmembers, as well as their insufficient nonlinear representation capabilities, which limit the unmixing accuracy. To address these issues, this paper proposes a deep NMF framework for endmember hierarchical analysis, introducing inter-layer orthogonality constraints for endmember subspaces and dynamic sparse regularization for abundance refinement. Firstly, multi-level endmember decomposition

收稿日期:2025-06-13;修订日期:2025-07-11.

基金项目:国家自然科学基金(No.62461001);宁夏自然科学基金(No.2024AAC02035);北方民族大学研究生创新项目(No.YCX24365)

Supported by National Natural Science Foundation of China (No.62461001); Natural Science Foundation of Ningxia (No.2024AAC02035); Innovation Project for Postgraduates of North Minzu University (No. YCX24365)

\*通信联系人, E-mail: kewen.qu@nmu.edu.cn

is employed to enhance the nonlinear spectral feature representation. Secondly, a minimum distance guided subspace orthogonality mechanism is designed to improve the separability of endmembers, and it is coordinated with a dynamic weighted sparsity strategy to enhance the spatial consistency of abundance estimation. Finally, a two-stage hierarchical optimization algorithm is constructed, with pre-training for coarse initialization and cross-layer backpropagation for fine-tuning as the core. Experiments were conducted on two synthetic datasets and four real datasets. The results show that the SAD of the proposed method ranges from 0.004 2 to 0.078 2 and the RMSE ranges from 0.014 0 to 0.092 5 under different signal-to-noise ratios, outperforming the comparison methods by 1.42% to 5.64% and 1.87% to 6.48% respectively, verifying its accuracy and robustness.

**Key words:** hyperspectral unmixing; deep nonnegative matrix factorization; endmember discrimination; orthogonality constraints; hierarchical sparsity regularization

## 1 引言

随着高光谱成像技术的迅速发展,高光谱传感器能够捕获窄且连续波段的地物光谱信息,这不仅强化了对地面的观测能力,还拓展了高光谱遥感图像(HSI)在地质勘测、环境监测以及国防建设等领域的应用潜力<sup>[1]</sup>。然而,由于传感器的空间分辨率有限,HSI中普遍存在“混合像素”现象,即一个像素中包含多种不同物质光谱的混合信息。这种现象严重影响了HSI在聚类<sup>[2]</sup>、精细分类<sup>[3]</sup>以及目标探测<sup>[4]</sup>等领域的精细应用。因此,高光谱解混(HU)成为处理HSI的关键步骤,其主要目的是将混合像素分解为相应的纯材料光谱(端元)和对应的比例分数(丰度)<sup>[5]</sup>。

截至目前,对于HU问题,线性混合模型(LMM)因其物理意义明确、简洁且效率高,成为解混研究的主流方向之一。LMM认为高光谱图像可以表示为端元矩阵与丰度矩阵的乘积<sup>[6]</sup>。几十年以来,基于LMM的解混方法总体上分为几何、统计、稀疏回归、张量分解<sup>[7]</sup>以及神经网络(NN)等方法。其中,稀疏回归方法(SR)<sup>[8]</sup>作为一种基于压缩感知理论的半监督方法,提出后迅速引起广泛关注。该方法假设观测到的高光谱数据可以通过预先已知的光谱库中的原子进行线性组合表示,从而将解混问题转化为在大型先验光谱库中寻找能最佳建模高光谱数据的最优端元子集的过程。由于SR方法无需提取端元及估计端元的数量,并且能够高效利用光谱库中的丰富原子信息,因此在解混领域中得到了广泛应用<sup>[9-11]</sup>。

几何学的方法基于凸几何理论,认为高光谱数据在特征空间中构成的单形体顶点即为端元。因此,端元提取的过程转变为鉴别单形体顶点的过程。基于几何学的解混方法主要分为两类:纯像元方法和非纯像元方法(即最小单形体方法)。其中,纯像元的算法假设每个端元在高光谱图像中至少存在一个纯像素,典型算法有PPI<sup>[12]</sup>、N-FINDR<sup>[13]</sup>、VCA<sup>[14]</sup>等。然而,当HSI数据因混合度较高而不存在纯像元时,上述方法失效。为了解决这个问题,最小体积方法被提出,如最小单形体分析<sup>[15]</sup>,该方法不需要假设“端元在图像中”,其原理来自于最小体积变换<sup>[16]</sup>。几何类方法早期被广泛研究,但普遍存在无法同时估计端元和丰度的缺点,且无法处理高度混合的数据。在此情况下,统计方法成为一种强有力的替代方案。在统计框架下,解混被转化为一个盲信号分离问题,典型算法包括独立分量分析(ICA)<sup>[17]</sup>和非负矩阵分解(NMF)<sup>[18-20]</sup>。

NMF通过将高光谱数据集分解为两个非负低秩矩阵(基矩阵和系数矩阵,分别对应端元和丰度<sup>[21]</sup>)的乘积,在数据表示<sup>[22]</sup>、人脸识别<sup>[23]</sup>等领域取得了显著成功。然而,该方法的实际应用受到目标函数非凸性的限制,容易陷入局部极小值而影响解混精度。为解决这一问题,研究者开发了多种约束和正则化策略。首先,考虑到HSI中大多数像素仅由少量端元组成这一特性,丰度矩阵需要满足稀疏性约束。虽然 $L_0$ 正则化理论上能产生最优稀疏解,但其NP-hard特性促使研究者采用 $L_1$ 正则化作为替代<sup>[24-25]</sup>。进一步研究发现, $L_1$ 正则化存在“完全可加性约束”不足的缺

陷,从而推动了 $L_p(0 < p < 1)$ 正则化的应用<sup>[26-28]</sup>,其中 $L_{1/2}$ 正则化被证明是 $L_p$ 中的最佳选择<sup>[29]</sup>。为了克服 $L_{1/2}$ 正则化带来的非凸优化难题,研究者开发了加权正则化策略,通过迭代更新权重来增强丰度稀疏性,显著提升了算法的精度和鲁棒性<sup>[30]</sup>。与此同时,在空间先验建模方面,研究者创新性地将超像素分割与低秩正则项相结合,这种协同设计不仅保留了稀疏性约束的优势,还成功解决了传统全变差约束导致的边缘模糊问题<sup>[31]</sup>。此外,刘敬等人<sup>[32]</sup>提出了多图正则多核非负矩阵分解算法,通过构建多核空间中的自适应图正则项,实现了端元与丰度协同优化过程中的多核权重与多图权重的动态更新。

除了丰度先验被大量引入解混模型外,端元先验或正则化同样被广泛关注。实际上,端元提取是从混合物中识别独立纯源信号的过程<sup>[33]</sup>。在前期研究中,假设观测的高光谱图像场景中存在纯像素时通过端元提取方法获得端元,但当图像高度混合时无纯像素,提取端元方法失效。为了克服这一问题,Miao等人<sup>[33]</sup>首次将端元约束(先验)引入标准NMF模型,认为端元确定的单形体积是包围数据散布空间的所有可能单形中的最小值。这意味着可以通过最小体积约束来提升模型对端元的鉴别能力。然而,Wang等人<sup>[34]</sup>认为直接将体积约束应用于NMF并非最佳选择,原因在于该约束的非凸性和潜在的数值不稳定性。因此,Yu等人<sup>[35]</sup>提出了基于最小距离约束的非负矩阵分解方法(MDC-NMF)。该方法旨在寻找一个尽可能紧凑的单形体,而这种紧凑性通过计算每个端元到其质心的距离之和来衡量,从而有效减少了端元间的混淆。近年来,端元互不相关性概念被提出。基于此,由于不同的端元代表不同的物质,它们之间的统计相关性在理想情况下应当非常弱<sup>[36]</sup>。然而,在高光谱应用中,材料的光谱特征往往高度相关,这不利于HU算法将混合光谱分离<sup>[37]</sup>。因此,为了在HU中估计出更准确的端元矩阵,需要加强端元之间的独立性,并降低其相关性。王宁等人<sup>[38]</sup>(如SEVU算法)通过超像素分割提取局部同质区,并在PLMM框架下共享端元变异性参数,有效缓解了缩放效应导致的解混误差<sup>[38]</sup>。

现有的基于NMF的高光谱解混方法大多采

用单层分解,忽略了原始数据包含潜在层次特征的事实,从而限制了HSI在复杂和高度混合的高光谱数据上的HU性能。随着机器学习和深度学习的快速发展,尤其是神经网络(NN)在各类任务中的成功应用<sup>[39-41]</sup>,研究人员越来越专注于创建具有多层结构的基于NMF的方法。Rajabi等人<sup>[42]</sup>提出了一种多层NMF(MLNMF),将观测矩阵迭代分解为多个层。在此基础上,唐继明等人<sup>[43]</sup>提出了一种空谱重加权稀疏多层非负矩阵分解方法,以增强高光谱图像解混中的表示精度与稀疏性控制能力。然而,MLNMF仅涉及一系列连续的单层NMF,缺乏后面层对前面层的反馈,这意味着MLNMF没有充分利用深度方案的分层能力<sup>[44]</sup>。为了解决这一局限性,深度非负矩阵分解<sup>[45]</sup>引入了一个全局目标函数和一个微调步骤,使得信息能够从前层向后层传播。随后,Feng等人<sup>[46]</sup>提出了一系列用于丰度矩阵的深度非负矩阵分解算法。然而,这些方法主要关注丰度矩阵的深度分解,而忽略了对端元矩阵深度特征的探索。

尽管深度非负矩阵分解在建模高光谱解混任务中的复杂混合关系方面展现出显著潜力,但现有方法仍存在明显局限性。具体而言,当前的深度NMF方法在端元特征建模方面存在关键缺陷,主要是过于关注丰度的分层分解,而忽视了端元的深层非线性特征。此外,传统的分层优化策略由于缺乏跨层协调机制而存在误差累积问题。为解决这些挑战,本文提出了一种端元驱动的深度分层分解框架(DF-NMF)。该框架通过在子层级上采用级联分解和乘法交互机制,明确地对端元光谱之间的非线性依赖关系进行建模,突破了浅层表示的瓶颈。此外,本文设计了一种光谱-空间双域协同约束,将端元子空间正交性(最小距离)与丰度的自适应加权稀疏正则化相结合。这种约束抑制了光谱混合,同时增强了空间连续性,克服了传统稀疏方法中正交性的强假设。为了实现高效优化,该方法采用了两阶段的全局-局部训练范式:分层预训练阶段确保了物理可解释参数的初始化,而由反向传播驱动的跨层梯度微调则有效地减轻了误差传播。这种方法提供了一种新颖的途径,平衡了理论严谨性和实际适用性,以应对复杂噪声和非线性混合

场景下高光谱解混的挑战。

本文所提方法的主要优势总结如下:

(1)端元驱动的深度层次分解架构:本文提出端元导向的多层级联分解机制,通过子层间乘性交互显式建模端元光谱的非线性依赖关系,突破传统深度NMF仅聚焦丰度分层建模的局限,显著提升复杂混合场景下端元鉴别能力。

(2)光谱-空间双域协同约束机制:设计端元子空间正交性约束与层间自适应加权稀疏正则化的联合框架,前者抑制光谱混叠,后者增强丰度空间连续性,打破传统稀疏约束对端元正交性的强假设限制。

(3)全局-局部耦合优化策略:构建两阶段分层训练范式,分层预训练确保参数物理可解释性,反向传播驱动的跨层梯度精调抑制误差累积。

最后,针对所提模型,设计交替优化求解策略,并在2个合成数据集与4个真实高光谱基准数据集上开展大量实验。结果表明,本文方法在噪声干扰及复杂混合环境下均表现出优越的精度与鲁棒性。

## 2 背景基础

### 2.1 线性混合模型

经典的LMM假设不同材料的光谱彼此互不干扰,因此混合像元的光谱可以由端元光谱和相关丰度(表示系数)的线性组合来表示。LMM的矩阵形式可以描述为:

$$X = AS + N, \quad (1)$$

其中: $X \in R^{B \times N}$ 表示观测矩阵,具有 $B$ 个波段和 $N$ 个像素; $A \in R^{B \times P}$ 表示端元矩阵; $S \in R^{P \times N}$ 表示像

素的丰度矩阵; $N \in R^{B \times N}$ 表示加入的噪声矩阵。在线性混合模型中,丰度矩阵有两个约束,分别是丰度非负约束(ANC)和丰度和为一约束(ASC)。这两个约束可以表示为:

$$\text{ANC: } S_{ij} \geq 0 (i = 1 \cdots P, j = 1 \cdots N), \quad (2)$$

$$\text{ASC: } \sum_{i=1}^P S_{ij} = 1, (j = 1, 2, \dots, N). \quad (3)$$

### 2.2 非负矩阵分解

非负矩阵分解(NMF)在数据领域中广泛使用,其主要目的是将一个非负的高光谱图像矩阵分解为两个非负的低秩子矩阵的乘积:

$$X \approx AS. \quad (4)$$

为了衡量近似的质量,目标函数通常最小化 $X$ 和 $AS$ 之间的欧几里得距离,即:

$$\min_{A \geq 0, S \geq 0} F(A, S) = \frac{1}{2} \|X - AS\|_F^2, \quad (5)$$

最小化公式(5)中的损失函数,乘法更新规则如下:

$$A \leftarrow A \cdot (XS^T) \cdot (ASS^T)^{-1}, \quad (6)$$

$$S \leftarrow S \cdot (A^T X) \cdot (A^T AS)^{-1}, \quad (7)$$

其中:符号“ $\cdot$ ”和“ $\cdot^{-1}$ ”分别表示矩阵中逐元素相乘或者相除, $(\cdot)^T$ 表示矩阵的转置。

## 3 基于距离度量和加权稀疏的端元深度非负矩阵分解模型

为建模高光谱图像中的非线性混合特征,本文提出端元驱动的深度非负矩阵分解模型(EDNMF),以挖掘端元的层次结构并提升解混精度。在此基础上,构建改进模型DF-NMF(图1),引入端元子空间正交约束与层间加权稀疏正则,进一步增强模型的稳健性与表达力。

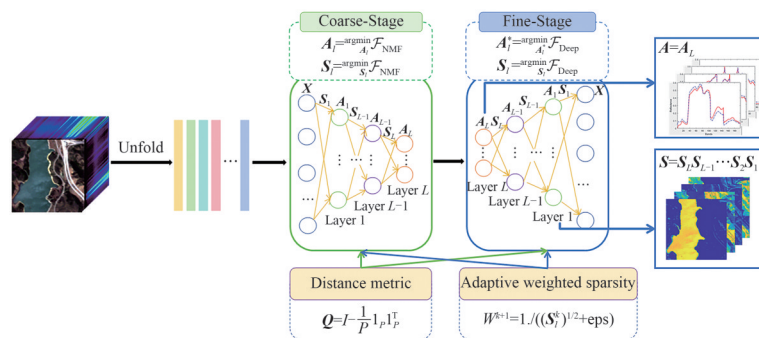


图1 所提模型DF-NMF的框架图

Fig. 1 Framework diagram of the proposed model DF-NMF

### 3.1 EDNMF 模型

在高光谱图像中,地物的混合往往具有复杂的非线性特征,尤其在多重散射和细粒度混合的干扰作用下,单层结构难以充分表征真实端元的光谱形态。相较于传统 NMF 直接拟合观测矩阵,端元的深层分解能够以逐层建模方式逼近潜在谱结构,从而提升模型的谱分离能力,使不同端元在特征空间中具备更强的可区分性。此外,端元的多层次表征结构可看作是一种近似的非线性映射,在保持非负约束的同时,增强了对局部非线性混合效应的适应能力。与此同时,分层因子矩阵具有语义上的递进性和结构层次性,有助于提取从粗到细的谱特征表达,从而实现更加鲁棒和精细的解混过程。基于上述物理与统计层面的考虑,本文从端元建模出发,提出一种深度结构的非负矩阵分解方法。

传统 NMF 及其变体属于单层建模方式,同时从观测矩阵中学习端元与丰度信息。为增强模型表达能力,部分研究提出了基于丰度的深度 NMF 方法,但其对端元特征的挖掘仍不充分,限制了解混性能的提升。为此,本文构建了一种端元驱动的深度 NMF 模型,通过逐层分解端元矩阵,实现原始高光谱数据的多层次建模,其整体分解形式如式(8)所示:

$$X = A_L S_L \cdots S_3 S_2 S_1, \quad (8)$$

其中原始数据  $X \in R^{B \times N}$  ( $B$  为波段数,  $N$  为像素数), 第  $l$  层丰度矩阵  $S_l \in R^{P_l \times P_{l-1}}$ ,  $l = 1, 2, \dots, L$ 。端元深度非负矩阵分解模型主要由以下两个阶段组成:

(1)粗阶段。该阶段主要通过逐层应用基本的 NMF 对网络进行预训练,公式如式(9)所示:

$$F_{\text{NMF}} = \frac{1}{2} \|A_{l-1} - A_l S_l\|_F^2, \quad (9)$$

其中:  $A_{l-1} \in R^{B \times P_{l-1}}$  表示第  $l$  层分解的输入矩阵(当且仅当  $l=1$  时,  $A_{l-1}=X$ ),  $A_l \in R^{B \times P_l}$  表示第  $l$  层分解得到的端元子矩阵,  $S_l \in R^{P_l \times P_{l-1}}$  表示对应的丰度子矩阵。

(2)精调阶段。在深层非负矩阵分解中,逐层分解的本质是通过低阶矩阵逐步提取深层特征。然而,如果仅采用逐层训练(粗阶段),由于各层之间缺乏整体目标的耦合约束,将导致两个严重问题:其一,参数割裂,即每层最优解无法构成全局最优组合;其二,误差累积,即浅层误差被

不断传递并放大到深层,损害最终端元与丰度的解混精度。因此,精调阶段是将整体重建误差作为统一损失函数,采用反向传播机制联合更新各层参数,从而实现跨层一致性与全局协同优化。具体精调目标函数如式(10)所示:

$$F_{\text{Deep}} = \frac{1}{2} \|X - A_L S_L \cdots S_3 S_2 S_1\|_F^2. \quad (10)$$

最终的端元矩阵  $A$  和丰度矩阵  $S$  分别通过以下方式计算得到:

$$A = A_L, \quad (11)$$

$$S = S_L S_{L-1} \cdots S_3 S_2 S_1. \quad (12)$$

EDNMF 模型通过一个端元驱动的深度分层分解框架来解决高光谱解混中的非线性特征建模问题,该模型结合了逐层预训练和微调策略。预训练阶段学习端元和丰度的初始特征,但可能会面临参数割裂和误差累积等问题。在微调阶段,优化全局目标函数,增强端元和丰度矩阵的协同更新,克服预训练阶段的局限性,并通过跨层协同机制提高解混的准确性和稳定性。可以认为,两阶段之间形成了“先分解、后融合”的渐进优化框架,使整体解混性能进一步提升。

### 3.2 DF-NMF 模型

为优化丰度矩阵的稀疏性,引入一种层间自适应加权稀疏正则化策略,通过动态权重分配实现稀疏特征的逐层传播与精准控制。基于混合像元通常由少数端元主导的物理先验,在深度分解每层中引入基于丰度分布的权重矩阵  $W$ ,自适应调整稀疏约束强度:在低丰度区域强化稀疏性以抑制噪声,在主成分区域适度放松以保留空间结构。相比传统全局稀疏方法,该策略通过层间梯度耦合实现稀疏性的渐进优化,有效避免过拟合与稀疏不足,具体形式如式(13)所示:

$$F = \|W \odot S_l\|_1. \quad (13)$$

其自适应权重矩阵  $W^{(k+1)} = 1 \cdot / \left( (S_l^k)^{1/2} + \text{eps} \right)$ , 并且  $W \in R^{P_l \times P_{l-1}}$ ,  $\text{eps}$  表示一个很小的值,防止分母为 0,在本文中  $\text{eps} = 1e-5$ 。该策略基于迭代式加权稀疏思想,在每一轮迭代中根据当前估计的丰度  $S_l^k$  更新权重矩阵  $W^{(k+1)}$ 。通过放大低丰度项的惩罚系数并弱化高丰度项的稀疏性约束,模型实现了稀疏性的动态调节与局部结构保留的平衡,从而在逐层优化过程中有效缓解了全局稀疏性方法容易产生的信息丢失问题。

此外,为增强端元光谱的几何可分性并抑制光谱混合效应,本文在深度非负矩阵分解框架中引入分层端元最小距离正则化。针对传统方法中端元光谱相关性带来的解混模糊问题,受文献[34]启发,在每层端元重构过程中引入端元到质心的最小距离度量约束。该约束通过计算每个端元向量到各自子空间质心的平方欧氏距离,显式地控制了多维谱空间中端元的分布密度。该约束的数学表达式如式(14)所示:

$$K = \|A_i^* Q\|_F^2, \quad (14)$$

其中,  $Q = I - \frac{1}{P} 1_P 1_P^T$ ,  $I$  表示一个  $P \times P$  的单位矩阵。通过最小化该正则项,使得端元向量在特征空间中远离质心区域,从而增强类间分离。

结合自适应加权稀疏正则化与端元距离约束,构建了光谱-空间双域正则机制:前者强化丰度的空间连续性,后者提升端元子空间的几何可分性。分层反向传播梯度策略进一步缓解了端元偏移的累积误差,为复杂混合像元的分解提供了几何保障。据此,本文提出一种新的深度非负矩阵分解模型(DF-NMF),其目标函数如式(15)和式(16)所示:

$$F_{\text{NMF}} = \frac{1}{2} \|X - A_i S_i\|_F^2 + \lambda \|W \odot S_i\|_1 + \alpha \|A_i Q\|_F^2, \quad (15)$$

$$F_{\text{Deep}} = \frac{1}{2} \|X - A_i^* S_i S_{i-1}^*\|_F^2 + \lambda \|W \odot S_i\|_1 + \alpha \|A_i^* Q\|_F^2, \quad (16)$$

其中:第1项表示重构项,第2项和第3项分别对应自适应加权稀疏正则化和端元距离正则化,  $\lambda$  和  $\alpha$  对应约束项的正则化参数。

### 3.3 DF-NMF模型的优化

#### 3.3.1 粗阶段的更新规则

通过交替优化目标函数来获得局部最小解。具体地,固定一个矩阵,优化另一个矩阵,从而交替更新  $A_i$  和  $S_i$ ,直到收敛。其中,第  $k+1$  次迭代如式(17)所示:

$$\left\{ \begin{aligned} A_i^{k+1} &= \arg\min_{A_i^{n,p}} F_{\text{NMF}}(A_i, S_i^k) \\ S_i^{k+1} &= \arg\min_{S_i^{p,n}} F_{\text{NMF}}(A_i^{k+1}, S_i) \end{aligned} \right\}. \quad (17)$$

(1)更新子问题  $A_i: A_i$  子问题形式如式(18)所示:

$$F_{\text{NMF}} = \frac{1}{2} \|X - A_i S_i\|_F^2 + \alpha \|A_i Q\|_F^2. \quad (18)$$

对方程(18)求偏导可得:

$$\frac{\partial F_{\text{NMF}}}{\partial A_i} = -X S_i^T + A_i S_i S_i^T + 2\alpha A_i Q Q^T. \quad (19)$$

根据 KKT 条件,端元矩阵  $A_i$  的更新规则如式(20)所示:

$$A_i = A_i \cdot (X S_i^T) \cdot (A_i S_i S_i^T + 2\alpha A_i Q Q^T). \quad (20)$$

(2)更新子问题  $S_i: S_i$  子问题形式如式(21)所示:

$$F_{\text{NMF}} = \frac{1}{2} \|X - A_i S_i\|_F^2 + \lambda \|W \odot S_i\|_1. \quad (21)$$

对方程(21)求偏导可得:

$$\frac{\partial F_{\text{NMF}}}{\partial S_i} = -A_i^T X + A_i^T A_i S_i + \lambda W \cdot \text{sign}(S_i), \quad (22)$$

其中,  $\text{sign}(\cdot)$  是一个符号函数。根据 KKT 条件,  $S_i$  的更新规则如式(23)所示:

$$S_i = S_i \cdot (A_i^T X) \cdot (A_i^T A_i S_i + \lambda W \cdot \text{sign}(S_i)). \quad (23)$$

#### 3.3.2 精调阶段的更新规则

同样,第  $k+1$  次迭代如式(24)所示:

$$\left\{ \begin{aligned} (A_i^*)^{k+1} &= \arg\min_{A_i^{n,p}} F_{\text{Deep}}(A_i^*, S_i^k) \\ S_i^{k+1} &= \arg\min_{S_i^{p,n}} F_{\text{Deep}}((A_i^*)^{k+1}, S_i^k) \end{aligned} \right\}. \quad (24)$$

(1)更新子问题  $A_i^*: A_i^*$  子问题形式如式(25)所示:

$$F_{\text{Deep}} = \frac{1}{2} \|X - A_i^* S_i S_{i-1}^*\|_F^2 + \alpha \|A_i^* Q\|_F^2. \quad (25)$$

对方程(24)求偏导可得:

$$\frac{\partial F_{\text{Deep}}}{\partial A_i^*} = -X S_{i-1}^* S_i^T + A_i^* S_i S_{i-1}^* S_{i-1}^{*T} S_i^T + 2\alpha A_i^* Q Q^T. \quad (26)$$

根据 KKT 条件求得  $A_i^*$  的更新规则如式(27)所示:

$$A_i^* = A_i^* \cdot (X S_{i-1}^* S_i^T) \cdot (A_i^* S_i S_{i-1}^* S_{i-1}^{*T} S_i^T + 2\alpha A_i^* Q Q^T). \quad (27)$$

(2)更新子问题  $S_i: S_i$  子问题形式如式(28)所示:

$$F_{\text{Deep}} = \frac{1}{2} \|X - A_i^* S_i S_{i-1}^*\|_F^2 + \lambda \|W \odot S_i\|_1. \quad (28)$$

上式关于  $S_i$  求偏导使其等于0,可得

$$\frac{\partial F_{\text{Deep}}}{\partial S_i} = -A_i^{*T} X S_{i-1}^* + A_i^{*T} A_i^* S_i S_{i-1}^* S_{i-1}^{*T} + \lambda W \cdot \text{sign}(S_i). \quad (29)$$

根据 KKT 条件可得丰度矩阵  $S_i$  的更新规则:

$$S_i = S_i \cdot (A_i^{*T} X S_{i-1}^{*T}) \cdot (A_i^{*T} A_i^* S_i S_{i-1}^{*T} S_{i-1}^{*T} + \lambda W)^{-1} \cdot \text{sign}(S_i). \quad (30)$$

### 3.4 DF-NMF 计算复杂度分析

根据算法 1, 预训练阶段的计算复杂度是

$$\sum_{i=1}^L t_1 (NP_i P_{i-1} + NP_{i-1}^2 + P_i P_{i-1}^2 + P_i N + BP_i^2),$$

其中,  $t_1$  为预训练迭代次数。为提升精度, 精调阶段的计算复杂度为  $t_2(BNP_1 + BP_1^2 + NP_1^2 + \Omega)$ ,  $\Omega$

形式如下:  $\Omega = \sum_{i=1}^2 (BNP_{i-1} + BP_{i-1}^2 + NP_{i-1}^2 + NP_i P_{i-1} + P_i^2 P_{i-1} + P_i P_{i-1}^2 + P_i N + BP_i^2)$ 。其中,  $t_2$  是精调阶段迭代次数。算法 1 展示了 DF-NMF 的整体流程。

#### 算法 1: DF-NMF 算法整体流程

输入: 高光谱图像  $X$ ; 端元数量  $P$ ; 参数  $\lambda$ ,  $\alpha$  和  $L$ ;  
 预训练阶段: 初始化: 使用 VCA 和 FCLS 方法对  $A_1$  和  $S_1$  进行初始化。  
 Repeat:  
   通过式 (20) 更新  $A_i$ ;  
   通过式 (23) 更新  $S_i$ ;  
 End: 直到满足停止条件。  
 精调阶段:  
 Repeat:  
   通过式 (27) 更新  $A_i^*$ ;  
   通过式 (30) 更新  $S_i$ ;  
 End: 直到满足停止条件。  
 输出: 端元矩阵  $A$  (11);  
       丰度矩阵  $S$  (12);

法包括 VCA<sup>[14]</sup>-FCLS<sup>[47]</sup>、L1/2-NMF<sup>[29]</sup>、MV-NTF-TV<sup>[49]</sup>、MLNMF<sup>[42]</sup>、SDNMF-TV<sup>[46]</sup>、HGNMF-FS<sup>[19]</sup>、DAAN<sup>[48]</sup>。对于定量评估, 使用光谱角距离 (SAD) 和均方根误差 (RMSE), 它们的定义如式 (31) 和式 (32) 所示:

$$\text{SAD} = \sum_{i=1}^M \arccos \left( \frac{\mathbf{e}_i^T \tilde{\mathbf{e}}_i}{\|\mathbf{e}_i\| \cdot \|\tilde{\mathbf{e}}_i\|} \right), \quad (31)$$

$$\text{RMSE} = \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \|a_i - \tilde{a}_i\|_2^2 \right)^{1/2}, \quad (32)$$

其中:  $\mathbf{e}_i$  和  $\tilde{\mathbf{e}}_i$  分别表示第  $i$  个估计端元矩阵和相应的真实端元矩阵;  $a_i$  和  $\tilde{a}_i$  分别表示第  $i$  个估计丰度和真实丰度。

### 4.1 模拟数据集

模拟数据集包括两个: SC1 从 USGS 数字光谱库中随机选取 6 个光谱端元, 依据文献 [33] 的方法生成丰度图, 并结合线性混合模型合成 188 个波段的  $57 \times 57$  高光谱图像; SC2 则从同一光谱库中随机选择 9 个端元, 光谱覆盖  $0.4 \sim 2.5 \mu\text{m}$  的 224 个波段, 最终生成图像尺寸为  $100 \times 100$  的模拟数据。

#### 4.1.1 模拟数据集 1 (SC1)

实验 1 (参数选择): 本实验选择最优的模型参数以使模型达到最优结果。在信噪比 (SNR) 为 30 dB、层数  $L=3$  的设置下, 分别在有限集合  $\{0, 1e-4, 3e-4, 5e-4, 1e-3, 5e-3, 1e-2, 3e-2, 5e-2\}$  和  $\{0, 1e-4, 5e-4, 1e-3, 5e-3, 1e-2, 3e-2, 5e-2, 7e-2\}$  中定义  $\lambda$  和  $\alpha$ 。图 2 显示, 当  $\lambda=0.005$  时, SAD 和 RMSE 均达到最优。参数偏离该值时, 性能明显下降。同样, 当参数  $\alpha=0.005$  时, 两个评价指标分别达到了最优值。随着  $\alpha$  正则参数的增加, 解混结果变差。基于这一系列实验观察, 选择  $\lambda=0.005$ 、 $\alpha=0.005$  进行后续阶段实验。

## 4 实验结果与讨论

为了验证所提方法的有效性, 本文在合成和真实数据集上进行了系列实验。参与比较的先进算

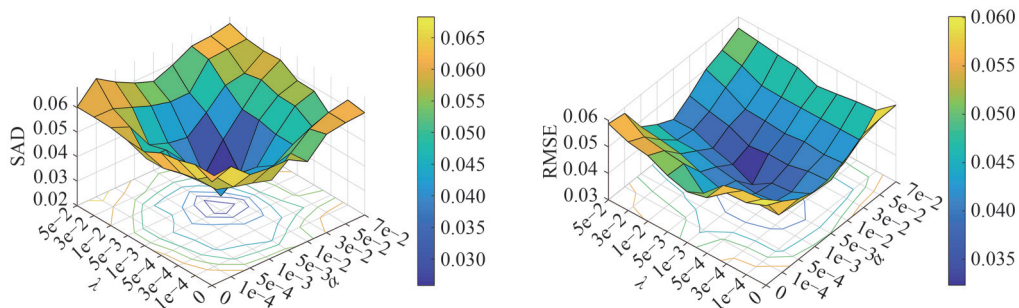


图 2 参数性能分析

Fig. 2 Performance analysis of parameters

实验 2(不同层数分析):本实验探讨了深度 NMF 中层数  $L$  对解混性能的影响,在信噪比 SNR 为 30 dB 的条件下,将  $L$  从 1 增加至 6,比较不同层数下的 SAD 与 RMSE(图 3)。结果表明,

当  $L=1$  时,误差最高,说明深度分解优于浅层模型。随着层数增加,性能整体提升,但超过一定层数后效果反而下降。在模拟数据集 SC1 上, SAD 与 RMSE 在  $L=3$  时达到最优。

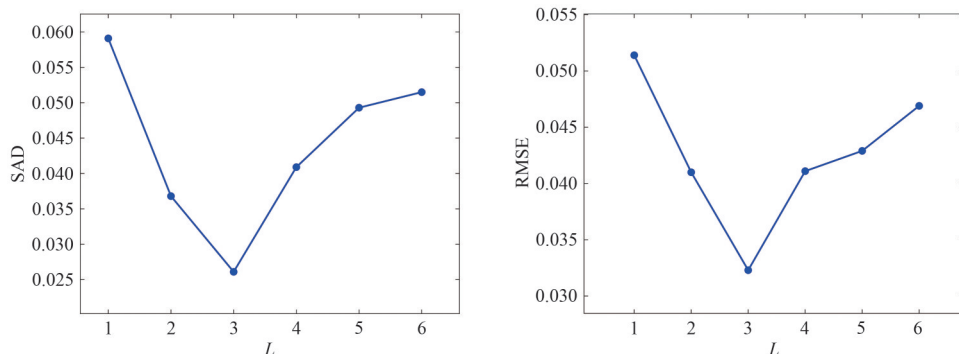


图 3 不同层数  $L$  的性能分析

Fig. 3 Performance analysis of different layers

实验 3(鲁棒性分析):本实验旨在评估所提方法在不同噪声水平(SNR=10, 20, 30, 40 dB)下的鲁棒性,结果如表 1 和表 2 所示,分别列出各方法在不同噪声下的 SAD 和 RMSE 值。实验结果表明,所提方法在各噪声条件下均取得

最低误差,表现出更强的稳定性与鲁棒性。表 3 进一步列出了各算法的平均运行时间,用以评估其时间效率。尽管 VCA-FCLS 因无需迭代而速度最快,所提方法在耗时上仍优于 SDNMF-TV。

表 1 不同噪声水平下各个算法的 SAD 值比较(SC1)

Tab. 1 Comparison of SAD values of each algorithm at different noise levels (SC1)

| SNR | VCA-FCLS | L1/2-NMF | MV-NTF-TV | MLNMF   | SDNMF-TV | HGNMF-FS | DAAN    | Proposed       |
|-----|----------|----------|-----------|---------|----------|----------|---------|----------------|
| 10  | 0.159 1  | 0.100 2  | 0.133 5   | 0.149 2 | 0.151 0  | 0.147 4  | 0.115 6 | <b>0.073 6</b> |
| 20  | 0.069 8  | 0.069 2  | 0.080 6   | 0.049 6 | 0.063 8  | 0.043 3  | 0.044 7 | <b>0.039 2</b> |
| 30  | 0.066 0  | 0.039 5  | 0.053 9   | 0.043 7 | 0.042 8  | 0.030 5  | 0.027 8 | <b>0.025 8</b> |
| 40  | 0.059 4  | 0.037 8  | 0.030 4   | 0.031 1 | 0.030 1  | 0.029 2  | 0.025 6 | <b>0.015 4</b> |

注:粗体数字代表最优值

表 2 不同噪声水平下各个算法的 RMSE 值比较(SC1)

Tab. 2 Comparison of RMSE values of each algorithm at different noise levels (SC1)

| SNR | VCA-FCLS | L1/2-NMF | MV-NTF-TV | MLNMF   | SDNMF-TV | HGNMF-FS | DAAN    | Proposed       |
|-----|----------|----------|-----------|---------|----------|----------|---------|----------------|
| 10  | 0.136 8  | 0.119 9  | 0.102 8   | 0.119 8 | 0.131 9  | 0.126 3  | 0.123 0 | <b>0.088 2</b> |
| 20  | 0.056 4  | 0.050 8  | 0.077 3   | 0.055 8 | 0.048 9  | 0.054 5  | 0.054 7 | <b>0.042 1</b> |
| 30  | 0.048 5  | 0.042 9  | 0.056 6   | 0.040 9 | 0.034 7  | 0.034 4  | 0.042 3 | <b>0.032 3</b> |
| 40  | 0.047 2  | 0.033 6  | 0.032 9   | 0.031 9 | 0.031 0  | 0.032 2  | 0.033 4 | <b>0.025 3</b> |

注:粗体数字代表最优值

实验 4(不同端元个数实验):本实验在固定 SNR 为 30 dB 的条件下,评估了不同端元数量(5~10)下各解混方法的性能表现。如图 4 所示,传统 NMF 方法在端元数量增加时性能显著下降,尤其

在高端元数量条件下更为明显。相比之下,本文提出的端元深度非负矩阵分解方法在各端元数量下均保持稳定, SAD 与 RMSE 指标均优于其他方法,尤其在高端元场景中展现出更强的解混能力。

表 3 不同比较算法在模拟数据集 SC1 上的平均时间  
Tab. 3 Average time of different comparison algorithms on the simulated dataset SC1

| 方法        | 时间/s           | 方法       | 时间/s      |
|-----------|----------------|----------|-----------|
| VCA-FCLS  | <b>1.927 4</b> | SDNMF-TV | 67.177 5  |
| L1/2-NMF  | 15.488 7       | HGNMF-FS | 20.517 6  |
| MV-NTF-TV | 133.892 4      | DAAN     | 240.235 0 |
| MLNMF     | 17.513 5       | Proposed | 13.992 8  |

注:粗体数字代表最优值

实验 5(不同图像大小分析):本实验评估了所提算法对图像尺寸变化的敏感性,合成图像大小设置为  $25 \times 25$  至  $100 \times 100$  不等。如表 4 和表 5 所示,当图像较小时(如  $25 \times 25$ ),各方法在 SAD 和 RMSE 上的性能均较差,原因在于图像尺寸过小限制了基于 NMF 的有效统计学习。随着图像尺寸增大,解混性能整体提升,本文算法在  $64 \times$

64 时达到最优表现。进一步增大图像尺寸后,性能略有下降。基于该结果,后续实验采用  $64 \times 64$  作为标准图像尺寸。

实验 6(不同混合程度实验):为系统模拟不同混合程度的场景,我们在数据构建过程中引入一个控制参数  $\theta$ ,用于调整图像中纯像素的比例。具体而言,当某个像素中任一端元丰度值大于  $\theta$  时,该像素即被视为纯像素,并在生成数据时被替换为完全混合像素。通过设定不同的  $\theta$  值(0.5,0.6,0.7,0.8,0.9),可以模拟低混合和高度混合的典型场景。实验结果如表 6 和表 7 所示,所有方法的 SAD 和 RMSE 均呈现下降趋势,表明数据中纯像素的增加有利于解混精度的提升。值得注意的是,本文提出的方法在各个混合水平下均表现出更优的解混性能,进一步验证了其在复杂混合场景中的适应能力与鲁棒性。

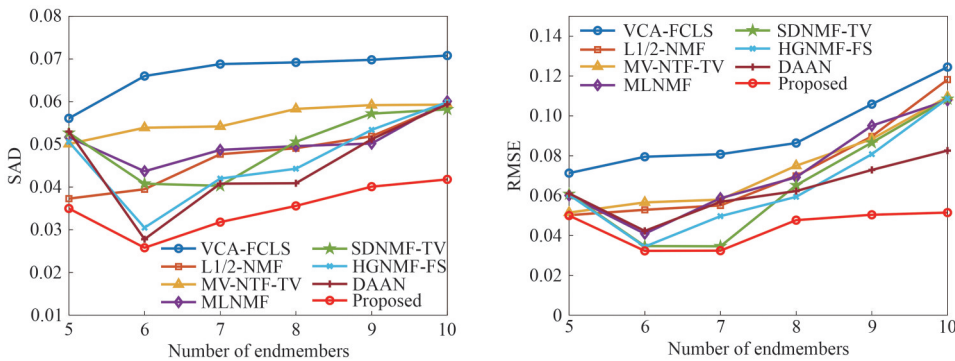


图 4 不同端元个数下的性能比较

Fig. 4 Performance comparison of algorithms with different number of endmembers

表 4 不同图像大小下各算法的 SAD 值比较(SC1)

Tab. 4 Comparison of SAD values of each algorithm under different image sizes (SC1)

| 图像尺寸             | VCA-FCLS | L1/2-NMF | MV-NTF-TV | MLNMF   | SDNMF-TV | HGNMF-FS | DAAN    | Proposed       |
|------------------|----------|----------|-----------|---------|----------|----------|---------|----------------|
| $25 \times 25$   | 0.182 5  | 0.177 1  | 0.151 9   | 0.157 8 | 0.129 6  | 0.141 4  | 0.137 4 | <b>0.124 0</b> |
| $36 \times 36$   | 0.148 3  | 0.120 3  | 0.110 7   | 0.111 1 | 0.058 8  | 0.128 6  | 0.082 6 | <b>0.041 8</b> |
| $49 \times 49$   | 0.083 0  | 0.075 5  | 0.053 0   | 0.043 6 | 0.059 4  | 0.030 9  | 0.072 5 | <b>0.030 5</b> |
| $64 \times 64$   | 0.066 0  | 0.039 5  | 0.053 9   | 0.043 7 | 0.042 8  | 0.030 5  | 0.027 8 | <b>0.025 8</b> |
| $81 \times 81$   | 0.089 7  | 0.067 7  | 0.073 9   | 0.073 0 | 0.080 1  | 0.083 9  | 0.083 9 | <b>0.053 9</b> |
| $100 \times 100$ | 0.085 6  | 0.075 6  | 0.070 9   | 0.080 1 | 0.088 5  | 0.085 2  | 0.086 8 | <b>0.062 2</b> |

注:粗体数字代表最优值

实验 7(消融实验):为验证加权稀疏正则化与端元最小距离正则化在高光谱解混中的有效性,本文设计了 4 组消融实验,结果见表 8。对比

显示,单独施加任一正则项时,SAD 与 RMSE 均优于无正则化情况;两者联合应用时,SAD 降至 0.025 8,RMSE 降至 0.032 3,效果最优,验证了

表 5 不同图像大小下各个算法的 RMSE 值比较(SC1)

Tab. 5 Comparison of RMSE values of each algorithm under different image sizes (SC1)

| 图像尺寸    | VCA-FCLS | L1/2-NMF | MV-NTF-TV | MLNMF   | SDNMF-TV | HGNMF-FS | DAAN    | Proposed       |
|---------|----------|----------|-----------|---------|----------|----------|---------|----------------|
| 25×25   | 0.174 9  | 0.172 7  | 0.131 7   | 0.120 3 | 0.123 5  | 0.154 1  | 0.123 4 | <b>0.112 7</b> |
| 36×36   | 0.114 1  | 0.123 5  | 0.118 0   | 0.107 3 | 0.054 7  | 0.107 9  | 0.112 3 | <b>0.050 9</b> |
| 49×49   | 0.058 5  | 0.068 0  | 0.056 6   | 0.040 1 | 0.063 9  | 0.038 9  | 0.072 8 | <b>0.037 2</b> |
| 64×64   | 0.048 5  | 0.042 9  | 0.056 8   | 0.040 9 | 0.034 7  | 0.034 4  | 0.042 3 | <b>0.032 3</b> |
| 81×81   | 0.084 7  | 0.076 8  | 0.079 8   | 0.073 0 | 0.054 8  | 0.084 6  | 0.080 9 | <b>0.044 8</b> |
| 100×100 | 0.094 6  | 0.082 5  | 0.084 2   | 0.079 5 | 0.087 4  | 0.087 6  | 0.082 3 | <b>0.052 3</b> |

注:粗体数字代表最优值

表 6 不同混合程度下各算法的 SAD 值比较(SC1)

Tab. 6 Comparison of SAD values of each algorithm under different mixing degrees (SC1)

| $\theta$ | VCA-FCLS | L1/2-NMF | MV-NTF-TV | MLNMF   | SDNMF-TV | HGNMF-FS | DAAN    | Proposed       |
|----------|----------|----------|-----------|---------|----------|----------|---------|----------------|
| 0.5      | 0.250 6  | 0.232 6  | 0.206 8   | 0.185 9 | 0.242 2  | 0.223 0  | 0.203 5 | <b>0.197 8</b> |
| 0.6      | 0.236 2  | 0.184 4  | 0.182 0   | 0.144 5 | 0.226 7  | 0.198 1  | 0.158 2 | <b>0.114 1</b> |
| 0.7      | 0.193 0  | 0.102 9  | 0.124 3   | 0.101 5 | 0.153 4  | 0.090 6  | 0.089 2 | <b>0.073 1</b> |
| 0.8      | 0.066 0  | 0.039 5  | 0.053 9   | 0.043 7 | 0.042 8  | 0.030 5  | 0.027 8 | <b>0.025 8</b> |
| 0.9      | 0.062 3  | 0.031 9  | 0.048 5   | 0.034 7 | 0.032 6  | 0.032 8  | 0.027 1 | <b>0.024 6</b> |

注:粗体数字代表最优值

表 7 不同混合程度下各个算法的 RMSE 值比较(SC1)

Tab. 7 Comparison of RMSE values of each algorithm under different mixing degrees (SC1)

| $\theta$ | VCA-FCLS | L1/2-NMF | MV-NTF-TV | MLNMF   | SDNMF-TV | HGNMF-FS | DAAN    | Proposed       |
|----------|----------|----------|-----------|---------|----------|----------|---------|----------------|
| 0.5      | 0.177 0  | 0.153 1  | 0.140 6   | 0.146 8 | 0.174 7  | 0.169 4  | 0.153 1 | <b>0.137 8</b> |
| 0.6      | 0.146 0  | 0.141 2  | 0.134 0   | 0.100 1 | 0.145 4  | 0.136 1  | 0.099 7 | <b>0.098 6</b> |
| 0.7      | 0.145 2  | 0.102 7  | 0.104 5   | 0.071 0 | 0.125 9  | 0.086 9  | 0.082 2 | <b>0.060 3</b> |
| 0.8      | 0.048 5  | 0.042 9  | 0.056 8   | 0.040 9 | 0.034 7  | 0.034 4  | 0.042 3 | <b>0.032 3</b> |
| 0.9      | 0.044 4  | 0.037 9  | 0.046 5   | 0.040 4 | 0.033 5  | 0.037 2  | 0.035 4 | <b>0.031 7</b> |

注:粗体数字代表最优值

表 8 消融实验分析

Tab. 8 Analysis of ablation experiments

| 加权稀疏<br>正则项 | 最小距离<br>正则项 | SAD            | RMSE           |
|-------------|-------------|----------------|----------------|
|             |             | 0.062 3        | 0.060 1        |
| ✓           |             | 0.061 7        | 0.058 8        |
|             | ✓           | 0.060 3        | 0.057 0        |
| ✓           | ✓           | <b>0.025 8</b> | <b>0.032 3</b> |

注:粗体数字代表最优值

正则项的协同优势。

4.1.2 模拟数据集 2(SC2)

为验证所提算法在不同噪声水平下的稳健

性与优越性,实验设置信噪比(SNR)为 10,20,30,40 dB。表 9 和表 10 分别列出 8 种算法在不同 SNR 下的 SAD 与 RMSE 指标,最佳结果以粗体标注。结果显示,随着 SNR 提升,各方法性能普遍改善,本文方法在所有噪声条件下均表现最优,展现出卓越的鲁棒性与精度,特别是在高维端元场景中优势更为显著。表 11 显示了各算法在 SC2 数据集上的平均运行时间,除 VCA-FCLS 外,本文方法的平均时间最短,说明本文方法在保证精度的同时具备较高效率。图 5 展示了 SNR 为 30 dB 时的丰度图,所提方法的估计结果与真实丰度高度一致,验证了其实用潜力。

表 9 不同噪声水平下各个算法的 SAD 值比较(SC2)

Tab. 9 Comparison of SAD values of each algorithm at different noise levels (SC2)

| SNR | VCA-FCLS | L1/2-NMF | MV-NTF-TV | MLNMF   | SDNMF-TV | HGNMF-FS | DAAN    | Proposed       |
|-----|----------|----------|-----------|---------|----------|----------|---------|----------------|
| 10  | 0.098 5  | 0.089 7  | 0.094 8   | 0.104 6 | 0.089 1  | 0.080 4  | 0.095 6 | <b>0.078 2</b> |
| 20  | 0.030 2  | 0.029 8  | 0.038 6   | 0.079 5 | 0.030 6  | 0.029 5  | 0.034 7 | <b>0.028 0</b> |
| 30  | 0.021 2  | 0.020 0  | 0.014 2   | 0.028 6 | 0.015 3  | 0.020 5  | 0.027 8 | <b>0.014 2</b> |
| 40  | 0.019 9  | 0.010 2  | 0.026 6   | 0.011 6 | 0.009 7  | 0.008 6  | 0.005 6 | <b>0.004 2</b> |

注:粗体数字代表最优值

表 10 不同噪声水平下各个算法的 RMSE 值比较(SC2)

Tab. 10 Comparison of RMSE values of each algorithm at different noise levels (SC2)

| SNR | VCA-FCLS | L1/2-NMF | MV-NTF-TV | MLNMF   | SDNMF-TV | HGNMF-FS | DAAN    | Proposed       |
|-----|----------|----------|-----------|---------|----------|----------|---------|----------------|
| 10  | 0.186 9  | 0.170 4  | 0.121 1   | 0.174 3 | 0.167 6  | 0.106 5  | 0.173 0 | <b>0.092 5</b> |
| 20  | 0.139 7  | 0.128 8  | 0.113 6   | 0.126 4 | 0.119 4  | 0.097 1  | 0.134 7 | <b>0.086 2</b> |
| 30  | 0.058 9  | 0.051 3  | 0.084 2   | 0.054 7 | 0.054 1  | 0.055 0  | 0.042 3 | <b>0.032 4</b> |
| 40  | 0.023 4  | 0.038 3  | 0.062 6   | 0.025 9 | 0.018 3  | 0.022 0  | 0.033 4 | <b>0.014 0</b> |

注:粗体数字代表最优值

表 11 不同比较算法在模拟数据集 SC2 上的平均时间

Tab. 11 Average time of different comparison algorithms on the simulated dataset SC2

| 方法   | VCA-FCLS       | L1/2-NMF | MV-NTF-TV | MLNMF    | SDNMF-TV | HGNMF-FS | DAAN      | Proposed |
|------|----------------|----------|-----------|----------|----------|----------|-----------|----------|
| 时间/s | <b>1.927 4</b> | 34.786 7 | 150.939 6 | 22.358 3 | 79.396 4 | 25.572 3 | 256.453 2 | 22.100 1 |

注:粗体数字代表最优值

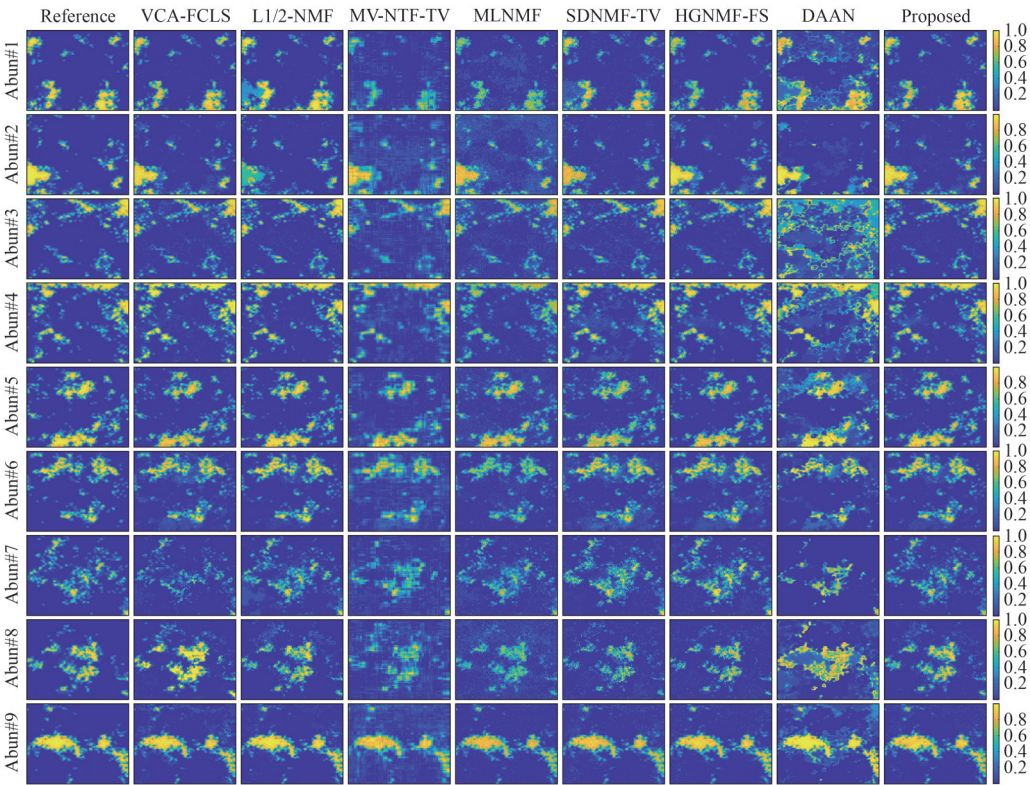


图 5 不同解混算法在 SC2 上的估计丰度

Fig. 5 Estimated abundance of different demixing algorithms on SC2

4.2 真实图像与实验

实验 1(Samson 真实数据集):Samson 数据集由 95 像素×95 像素构成,每个像素包含 156 个波段,主要涵盖树木、土壤和水体 3 类典型物质。图 6 展示了本文算法在该数据集上的端元光谱估计结果,3 类物质的光谱特征与参考曲线高度一致,验

证了算法在端元提取方面的准确性。鉴于真实丰度图不可获取,图 7 呈现了所提方法估计的丰度分布图。为进一步评估算法性能,表 12 列出了不同方法在 Samson 数据集上的 SAD 指标。实验结果表明,本文算法在土壤和水体的解混精度方面均优于现有方法,体现出良好的适应性与解混效果。

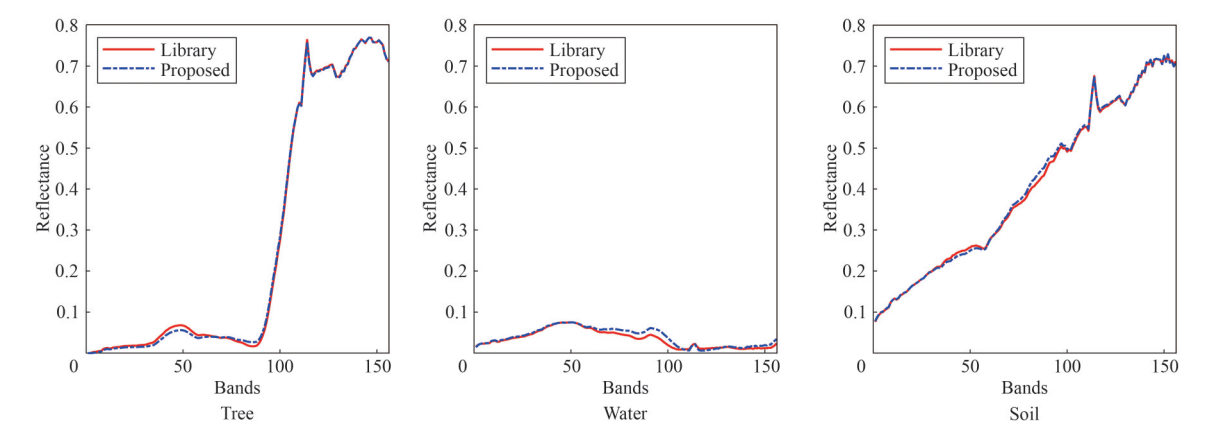


图 6 Samson 数据集上提取的端元曲线比较  
Fig. 6 Endmember curve comparison on Samson dataset

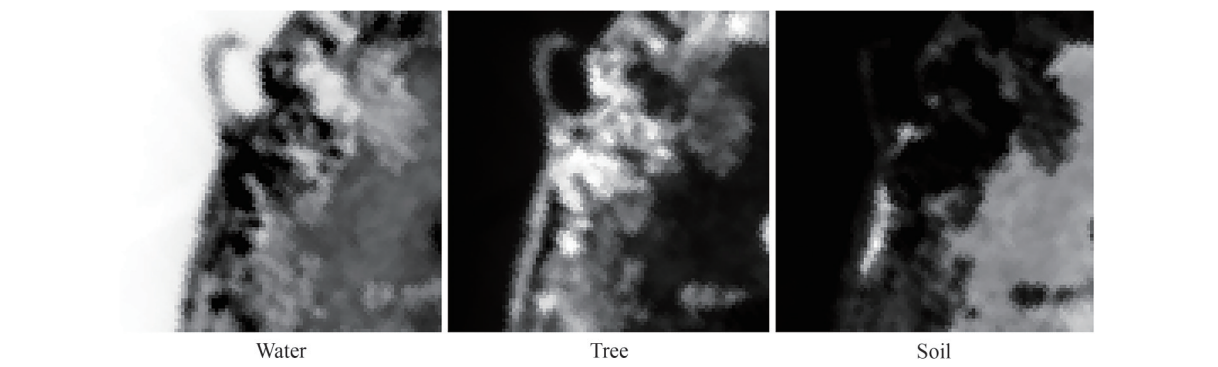


图 7 本文算法在 Samson 数据集上估计的丰度图  
Fig. 7 Abundance map estimated by the proposed algorithm on the Samson dataset

表 12 不同算法在 Samson 数据集上的 SAD 值

Tab. 12 SAD values of different algorithms on the Samson dataset

| 地物    | VCA-FCLS | L1/2-NMF | MV-NTF-TV | MLNMF   | SDNMF-TV | HGNMF-FS | DAAN    | Proposed       |
|-------|----------|----------|-----------|---------|----------|----------|---------|----------------|
| Tree  | 0.151 3  | 0.026 6  | 0.014 2   | 0.038 7 | 0.201 4  | 0.013 4  | 0.088 3 | <b>0.142 0</b> |
| Soil  | 0.048 7  | 0.029 2  | 0.013 8   | 0.191 3 | 0.037 8  | 0.014 4  | 0.059 7 | <b>0.013 7</b> |
| Water | 0.129 6  | 0.276 7  | 0.160 4   | 0.014 8 | 0.040 7  | 0.147 0  | 0.026 1 | <b>0.013 1</b> |
| Mean  | 0.109 9  | 0.110 8  | 0.062 8   | 0.081 6 | 0.093 3  | 0.058 3  | 0.058 0 | <b>0.056 3</b> |

注:粗体数字代表最优值

实验 2(Jasper Ridge 真实数据集):本研究选取 Jasper 数据集中的 一个 100×100 子区域进行分析,涵盖树、水、土壤和道路 4 类典型地物。图 8

展示了所提算法估计的端元与 USGS 光谱库中对应参考端元的对比结果,二者高度一致,验证了算法在实际遥感数据中的适用性。图 9 为所提

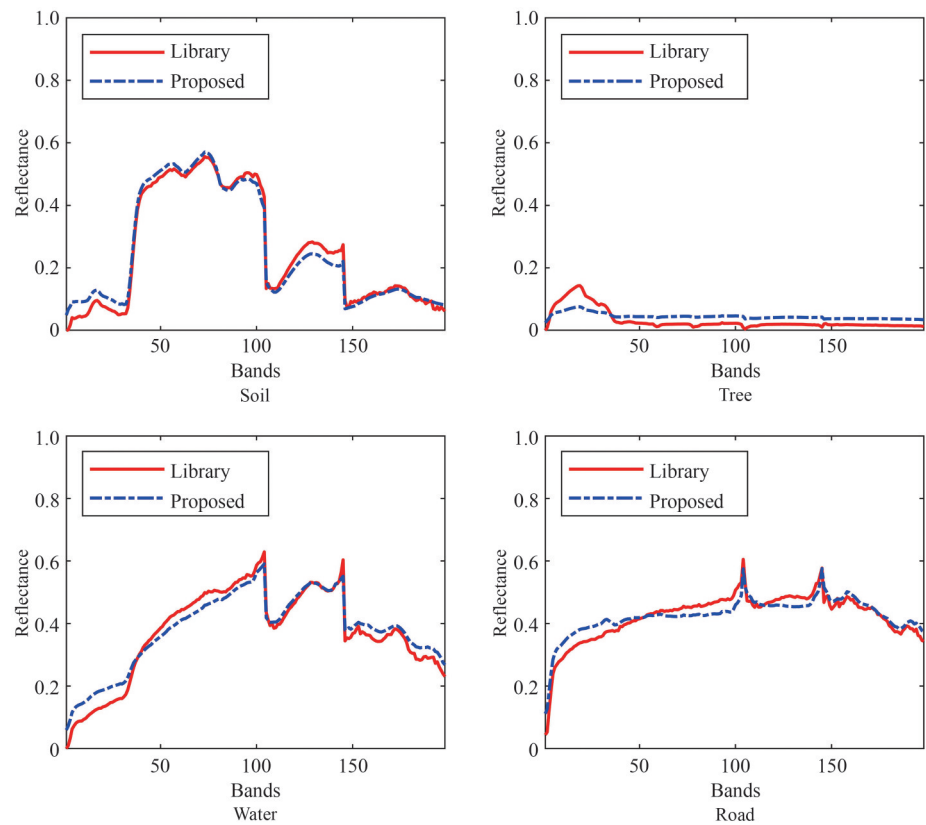


图 8 Jasper数据集上提取的端元曲线比较  
Fig. 8 Endmember curve comparison on Jasper dataset

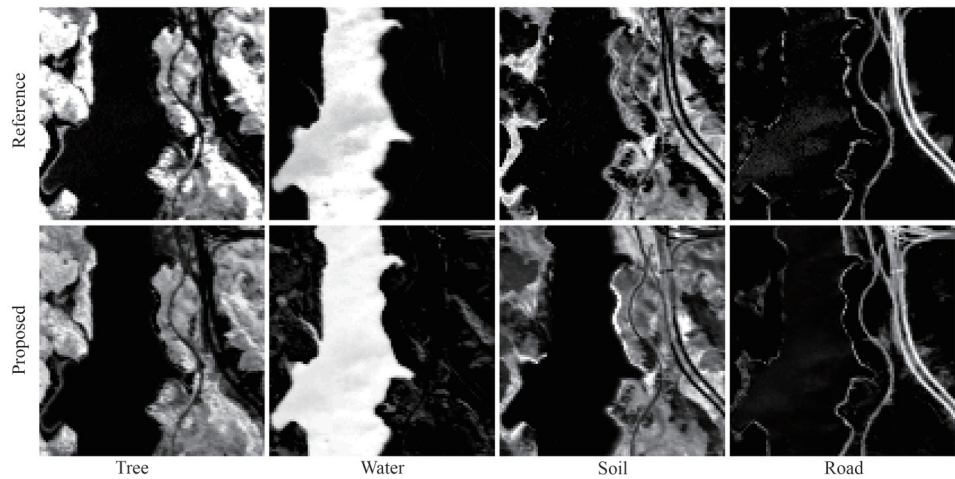


图 9 本文算法在 Jasper数据集上估计的丰度图  
Fig. 9 Abundance map estimated by the algorithm in this paper on the Jasper dataset

方法生成的丰度图,图像中亮度越高表示该端元在对应像素中的丰度越高。表 13 列出了不同方法在 Jasper 数据集上的 SAD 对比结果,结果显示,本文方法在 4 类地物上均获得最低 SAD 值,展现出优越的解混精度与鲁棒性。

实验 3(AVRIS Cuprite 高光谱数据集):为

评估所提算法在大规模复杂数据集上的解混能力,本文选取尺寸为  $250\times191\times188$  的样本,并将端元数量设为 12。图 10 展示了所提方法在该数据集上估计的端元与 USGS 光谱库中参考端元的对比结果,二者在光谱曲线上高度一致,表明所提算法具备准确识别多类矿物的能力。

表 13 不同算法在 Jasper Ridge 数据集上的 SAD 值

Tab. 13 SAD values of different algorithms on the Jasper Ridge dataset

| 地物    | VCA-FCLS | L1/2-NMF | MV-NTF-TV | MLNMF   | SDNMF-TV | HGNMF-FS | DAAN    | Proposed       |
|-------|----------|----------|-----------|---------|----------|----------|---------|----------------|
| Dirt  | 0.488 9  | 0.467 1  | 0.163 6   | 0.034 9 | 0.458 5  | 0.464 2  | 0.064 9 | <b>0.034 4</b> |
| Tree  | 0.101 6  | 0.083 2  | 0.076 4   | 0.090 1 | 0.065 0  | 0.060 3  | 0.092 4 | <b>0.060 1</b> |
| Water | 0.190 2  | 0.071 5  | 0.153 7   | 0.056 0 | 0.070 0  | 0.084 6  | 0.075 3 | <b>0.041 1</b> |
| Road  | 0.249 2  | 0.086 6  | 0.395 3   | 0.447 3 | 0.118 9  | 0.082 9  | 0.063 6 | <b>0.048 3</b> |
| Mean  | 0.257 5  | 0.177 1  | 0.197 3   | 0.157 1 | 0.178 1  | 0.173 0  | 0.074 1 | <b>0.045 6</b> |

注:粗体数字代表最优值

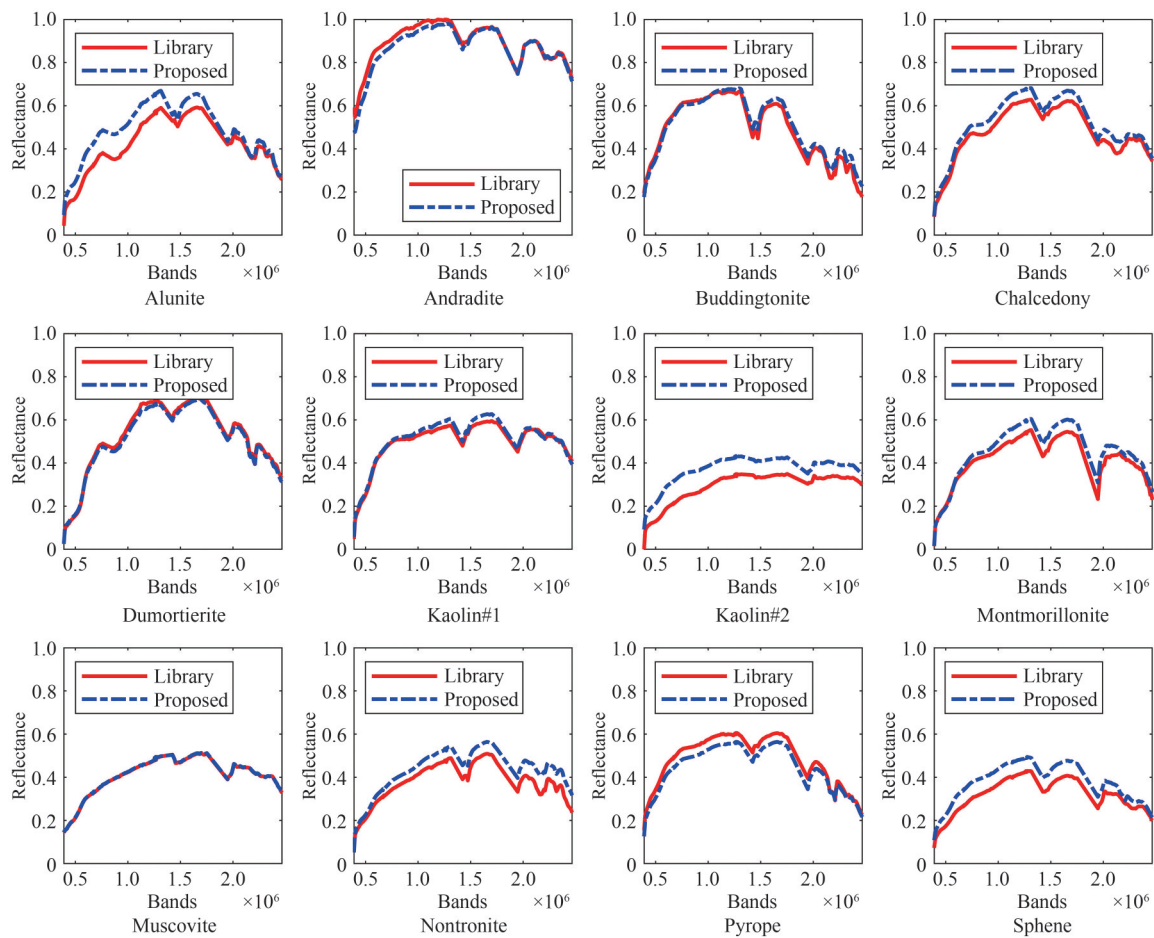


图 10 AVIRIS Cuprite 数据集上提取的端元曲线比较

Fig. 10 Endmember curve comparison on AVIRIS Cuprite datas

图 11 为对应的丰度图,显示出各类矿物在空间分布上的差异性。表 14 汇总了不同算法在各类矿物上的平均 SAD 值。结果表明,所提算法在大多数矿物上均实现了最小 SAD,整体平均 SAD 亦为最优,验证了其在复杂混合场景下的优越性能。

实验 4(Urban 真实数据集):Urban 数据集包含 307 像素×307 像素,每个像素记录 210 个波段

信息。考虑到水汽和大气干扰,移除部分受污染波段后保留 162 个有效波段。图 12 中所提方法估计的端元与参考光谱曲线高度一致,验证了其光谱还原能力。图 13 显示的丰度图与实际地物分布相符,表明本方法具有良好的空间解混能力。表 15 进一步显示,所提方法在 6 类地物上均取得最低 SAD 值,凸显了其在处理复杂高光谱图像时的准确性与鲁棒性。

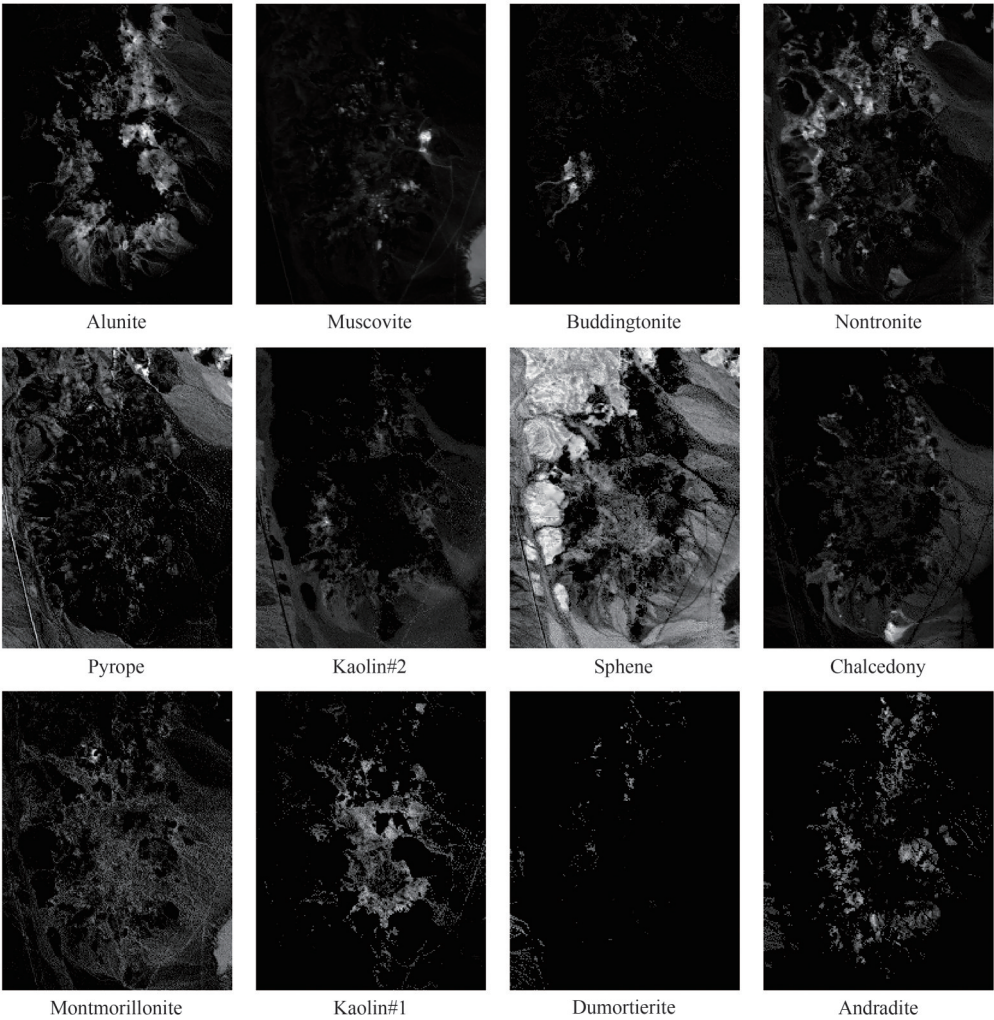


图 11 本文算法在 AVIRIS Cuprite 数据集上估计的丰度图

Fig. 11 Abundance map estimated by the algorithm in this paper on the AVIRIS Cuprite dataset

表 14 不同算法在 AVIRIS Cuprite 数据集上的 SAD 值

Tab. 14 SAD values of different algorithms on the AVIRIS Cuprite dataset

| 地物              | VCA-FCLS | L1/2-NMF       | MV-NTF-TV | MLNMF          | SDNMF-TV | HGNMF-FS       | DAAN    | Proposed       |
|-----------------|----------|----------------|-----------|----------------|----------|----------------|---------|----------------|
| Chalcedony      | 0.308 4  | <b>0.046 4</b> | 0.064 9   | 0.279 7        | 0.054 8  | 0.083 1        | 0.067 8 | 0.118 2        |
| Nontronite      | 0.094 6  | 0.057 7        | 0.180 4   | 0.098 1        | 0.095 5  | 0.092 3        | 0.075 2 | <b>0.050 4</b> |
| Buddingtonite   | 0.112 3  | <b>0.060 0</b> | 0.091 9   | 0.073 7        | 0.066 5  | 0.091 4        | 0.068 1 | 0.103 3        |
| Dumortierite    | 0.112 9  | 0.080 8        | 0.121 4   | 0.074 3        | 0.086 8  | 0.109 8        | 0.128 7 | <b>0.071 7</b> |
| Kaolin#1        | 0.091 1  | 0.081 0        | 0.249 7   | 0.095 8        | 0.068 6  | 0.109 8        | 0.102 0 | <b>0.062 3</b> |
| Kaolin#2        | 0.096 9  | 0.081 2        | 0.118 7   | 0.074 6        | 0.069 5  | 0.069 9        | 0.070 9 | <b>0.063 4</b> |
| Sphene          | 0.199 7  | 0.083 2        | 0.082 8   | 0.185 7        | 0.131 8  | <b>0.059 8</b> | 0.066 9 | 0.073 1        |
| Montmorillonite | 0.075 9  | 0.092 8        | 0.107 9   | 0.120 0        | 0.093 0  | <b>0.063 8</b> | 0.082 7 | 0.100 7        |
| Muscovite       | 0.057 2  | 0.095 7        | 0.444 6   | 0.120 3        | 0.056 1  | 0.177 1        | 0.111 8 | <b>0.055 2</b> |
| Pyrope          | 0.053 5  | 0.153 0        | 0.187 8   | 0.144 4        | 0.081 8  | 0.158 9        | 0.116 5 | <b>0.052 0</b> |
| Andradite       | 0.145 6  | 0.169 4        | 0.054 9   | 0.059 5        | 0.123 9  | 0.076 8        | 0.161 9 | <b>0.050 9</b> |
| Alunite         | 0.071 9  | 0.270 7        | 0.194 3   | <b>0.053 0</b> | 0.211 8  | 0.111 0        | 0.057 4 | 0.085 4        |
| Mean            | 0.118 3  | 0.106 0        | 0.158 3   | 0.114 9        | 0.095 0  | 0.100 3        | 0.089 2 | <b>0.073 9</b> |

注:粗体数字代表最优值

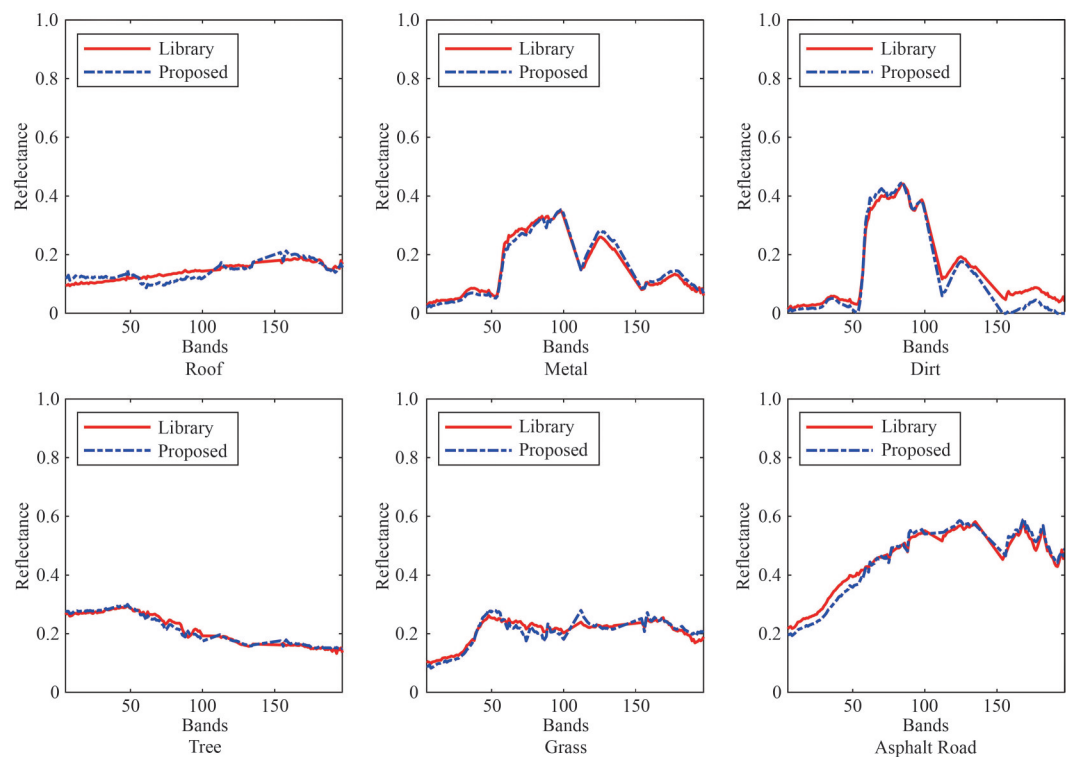


图 12 不同算法在 Urban 数据集上提取的端元曲线比较

Fig. 12 Endmember curve comparison on Urban dataset

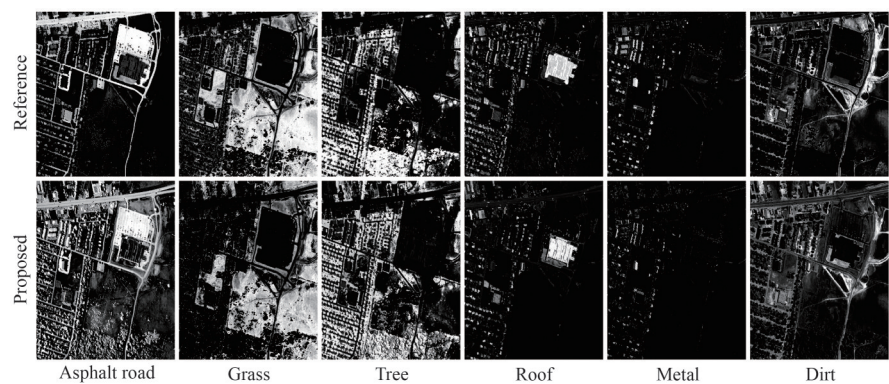


图 13 本文算法在 Urban 数据集上估计的丰度图

Fig. 13 Abundance map estimated by the proposed algorithm on the Urban dataset

表 15 不同算法在 Urban 数据集上的 SAD 值

Tab. 15 SAD values of different algorithms on the Urban dataset

| 地物           | VCA-FCLS | L1/2-NMF | MV-NTF-TV | MLNMF   | SDNMF-TV       | HGNMF-FS | DAAN    | Proposed       |
|--------------|----------|----------|-----------|---------|----------------|----------|---------|----------------|
| Asphalt Road | 0.241 8  | 0.081 9  | 0.130 8   | 0.133 3 | 0.082 0        | 0.046 8  | 0.061 6 | <b>0.036 6</b> |
| Grass        | 0.210 4  | 0.175 4  | 0.417 6   | 0.278 3 | 0.158 7        | 0.079 3  | 0.097 4 | <b>0.052 3</b> |
| Tree         | 0.401 1  | 0.055 0  | 0.122 4   | 0.111 5 | <b>0.048 0</b> | 0.061 9  | 0.061 0 | 0.081 1        |
| Roof         | 0.260 6  | 0.162 6  | 0.232 4   | 0.275 7 | 0.153 1        | 0.047 1  | 0.140 1 | <b>0.042 7</b> |
| Metal        | 0.515 0  | 0.047 3  | 0.058 4   | 0.045 5 | 0.045 3        | 0.043 0  | 0.042 7 | <b>0.041 6</b> |
| Dirt         | 0.249 5  | 0.083 6  | 0.132 5   | 0.146 6 | 0.082 2        | 0.049 8  | 0.049 4 | <b>0.047 1</b> |
| Mean         | 0.313 1  | 0.101 0  | 0.182 4   | 0.165 1 | 0.094 9        | 0.054 7  | 0.075 4 | <b>0.050 2</b> |

注:粗体数字代表最优值

## 5 结 论

本文提出了一种新颖的端元驱动深度非负矩阵分解方法(DF-NMF),通过引入端元子空间正交性约束和自适应加权稀疏正则化,有效提升了端元可分性和丰度估计的一致性。所设计的空-谱双域协同约束机制与全局-局部耦合优化策

略显著增强了模型的稳健性与精度。在两个合成数据集和4个真实高光谱数据集上的实验表明,本文方法在不同信噪比条件下的端元提取误差(SAD)为0.004 2~0.078 2,丰度估计误差(RMSE)为0.014 0~0.092 5,相较于对比算法,端元误差平均降低1.42%~5.64%,丰度误差降低1.87%~6.48%,验证了方法在复杂混合场景中的有效性与应用潜力。

## 参 考 文 献:

- [1] 张兵. 当代遥感科技发展的现状与未来展望[J]. 中国科学院院刊, 2017, 32(7): 774-784.  
ZHANG B. Current status and future prospects of remote sensing [J]. *Bulletin of Chinese Academy of Sciences*, 2017, 32(7): 774-784. (in Chinese)
- [2] ZHANG H Y, ZHAI H, ZHANG L P, *et al.* Spectral-spatial sparse subspace clustering for hyperspectral remote sensing images [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2016, 54(6): 3672-3684.
- [3] LI J, HUANG X, GAMBA P, *et al.* Multiple feature learning for hyperspectral image classification [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2015, 53(3): 1592-1606.
- [4] LI B Z, JIANG W Z, GU J J. Research on target detection algorithm based on deep learning technology [C]//*Proceedings of 2021 IEEE International Conference on Power Electronics, Computer Applications (ICPECA)*. Shenyang, China: IEEE, 2021: 137-142.
- [5] RASTI B, ZOUAOUI A, MAIRAL J, *et al.* Image processing and machine learning for hyperspectral unmixing: an overview and the HySUPP python package [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2024, 62: 5517631.
- [6] 王忠良, 何密, 叶珍, 等. 线性混合光谱模型高光谱压缩感知[J]. 遥感学报, 2020, 24(3): 277-289.  
WANG Z L, HE M, YE Z, *et al.* For hyperspectral compressed sensing method on linear mixed spectrum model [J]. *National Remote Sensing Bulletin*, 2020, 24(3): 277-289. (in Chinese)
- [7] 吴庆玲, 石强, 杜永盛, 等. 基于张量分解与非下采样 Contourlet 变换遥感图像增强[J]. 中国光学(中英文), 2024, 17(6): 1307-1315.  
WU Q L, SHI Q, DU Y S, *et al.* Remote-sensing image enhancement based on tensor decomposition and nonsubsampling Contourlet transform [J]. *Chinese Optics*, 2024, 17(6): 1307-1315. (in Chinese)
- [8] 苏远超, 许若晴, 高连如, 等. 基于深度学习的高光谱遥感图像混合像元分解研究综述[J]. 遥感学报, 2024, 28(1): 1-19.  
SU Y C, XU R Q, GAO L R, *et al.* Development of deep learning-based hyperspectral remote sensing image unmixing [J]. *National Remote Sensing Bulletin*, 2024, 28(1): 1-19. (in Chinese)
- [9] 张作宇, 廖守亿, 孙大为, 等. 稀疏差异先验信息支持的高光谱图像稀疏解混算法[J]. 测绘学报, 2020, 49(8): 1032-1041.  
ZHANG Z Y, LIAO S Y, SUN D W, *et al.* Sparse hyperspectral unmixing algorithm supported by sparse difference prior information [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2020, 49(8): 1032-1041. (in Chinese)
- [10] SU H J, JIA C L, ZHENG P, *et al.* Superpixel-based weighted collaborative sparse regression and reweighted low-rank representation for hyperspectral image unmixing [J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 2022, 15: 393-408.
- [11] SHEN X F, CHEN L H, LIU H J, *et al.* Efficient hyperspectral sparse regression unmixing with multilayers [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2023, 61: 5522614.
- [12] BOARDMAN J W, KRUSE F A, GREEN R O. Mapping target signatures via partial unmixing of AVIRIS data [R]. JPL Publication, 1995.
- [13] LI H C. An algorithm for fast spectral endmember determination in hyperspectral data [C]//*Proceedings of IGARSS 2018-2018 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium*. Valencia, Spain: IEEE, 2018: 2689-2692.
- [14] NASCIMENTO J M P, DIAS J M B. Vertex component analysis: a fast algorithm to unmix hyperspectral data [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2005, 43(4): 898-910.

- [15] LI J, AGATHOS A, ZAHARIE D, *et al.* Minimum volume simplex analysis: a fast algorithm for linear hyperspectral unmixing [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2015, 53(9): 5067-5082.
- [16] BERMAN M, KIIVERI H, LANGERSTROM R, *et al.* ICE: an automated statistical approach to identifying endmembers in hyperspectral images [C]//*Proceedings of IGARSS 2003*. Toulouse, France: IEEE, 2003: 279-283.
- [17] WANG N, DU B, ZHANG L P, *et al.* An abundance characteristic-based independent component analysis for hyperspectral unmixing [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2015, 53(1): 416-428.
- [18] LEE D D, SEUNG H S. Learning the parts of objects by non-negative matrix factorization [J]. *Nature*, 1999, 401(6755): 788-791.
- [19] QU K W, LI Z Q, WANG C Y, *et al.* Hyperspectral unmixing using higher-order graph regularized NMF with adaptive feature selection [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2023, 61: 5511815.
- [20] HE W, ZHANG H Y, ZHANG L P. Sparsity-regularized robust non-negative matrix factorization for hyperspectral unmixing [J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 2016, 9(9): 4267-4279.
- [21] BENHALOUCHE F Z, KAROUI M S, DEVILLE Y, *et al.* Hyperspectral and multispectral data fusion based on linear-quadratic nonnegative matrix factorization [J]. *Journal of Applied Remote Sensing*, 2017, 11(2): 025008.
- [22] LI S T, LI W G, LI Y. Adversarial graph regularized deep nonnegative matrix factorization for data representation [J]. *IEEE Access*, 2022, 10: 86445-86457.
- [23] LONG X Z, LU H T, PENG Y. Sparse non-negative matrix factorization based on spatial pyramid matching for face recognition [C]//*Proceedings of 2013 5th International Conference on Intelligent Human-Machine Systems and Cybernetics*. Hangzhou, China: IEEE, 2013: 82-85.
- [24] HOYER P O. Non-negative matrix factorization with sparseness constraints [J]. *Journal of Machine Learning Research*, 2004, 5: 1457-1469.
- [25] IORDACHE M D, BIOUCAS-DIAS J M, PLAZA A. Sparse unmixing of hyperspectral data [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2011, 49(6): 2014-2039.
- [26] CHEN F, ZHANG Y. Sparse hyperspectral unmixing based on constrained  $l_p$ - $l_2$  optimization [J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2013, 10(5): 1142-1146.
- [27] SIGURDSSON J, ULFARSSON M O, SVEINSSON J R. Hyperspectral unmixing with  $l_q$  regularization [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2014, 52(11): 6793-6806.
- [28] ZHU F Y, WANG Y, FAN B, *et al.* Spectral unmixing via data-guided sparsity [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2014, 23(12): 5412-5427.
- [29] XU Z B, ZHANG H, WANG Y, *et al.*  $L_{1/2}$  regularization [J]. *Science China Information Sciences*, 2010, 53(6): 1159-1169.
- [30] HE W, ZHANG H Y, ZHANG L P. Total variation regularized reweighted sparse nonnegative matrix factorization for hyperspectral unmixing [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2017, 55(7): 3909-3921.
- [31] 张帅洋, 华文深, 刘杰, 等. 基于超像素和低秩的协同稀疏高光谱解混[J]. 激光技术, 2022, 46(2): 199-205.  
ZHANG S Y, HUA W S, LIU J, *et al.* Superpixels and low rank for collaborative sparse hyperspectral unmixing [J]. *Laser Technology*, 2022, 46(2): 199-205. (in Chinese)
- [32] 刘敬, 李康欣, 张悠, 等. 多图正则多核非负矩阵分解高光谱图像解混[J]. 光学精密工程, 2022, 30(14): 1657-1668.  
LIU J, LI K X, ZHANG Y, *et al.* Multi-graph regularized multi-kernel nonnegative matrix factorization for hyperspectral image unmixing [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2022, 30(14): 1657-1668. (in Chinese)
- [33] MIAO L D, QI H R. Endmember extraction from highly mixed data using minimum volume constrained nonnegative matrix factorization [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2007, 45(3): 765-777.
- [34] WANG J, CHANG C I. Applications of independent component analysis in endmember extraction and abundance quantification for hyperspectral imagery [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2006, 44(9): 2601-2616.
- [35] YU Y, SUN W D. Minimum distance constrained non-negative matrix factorization for the endmember extraction of hyperspectral images [C]//*Proceedings of MIPPR 2007: Remote Sensing and GIS Data Processing and Applications; and Innovative Multispectral Technology and Applications*. Wuhan, China: SPIE, 2007: 679015.
- [36] SONG F X, KAN C, DENG S W. Mutual incoherence and relative total variation regularizations for blind hyperspectral unmixing [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2024, 62: 5515015.
- [37] SU Y C, MARINONI A, LI J, *et al.* Nonnegative sparse autoencoder for robust endmember extraction from remotely sensed hyperspectral images [C]//*Proceedings of 2017 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS)*. Fort Worth, TX, USA: IEEE, 2017: 205-208.

- [38] 王宁, 保文星, 屈克文, 等. 同质区共享端元变异性的高光谱混合像元分解[J]. 光学精密工程, 2024, 32(4): 578-594.  
WANG N, BAO W X, QU K W, *et al.* Hyperspectral unmixing with shared endmember variability in homogeneous region [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2024, 32(4): 578-594. (in Chinese)
- [39] SHI A Y, LIU Y. Bidirectional-enhanced transformer network with channel weighting feature fusion for remote sensing image change detection [J]. *Journal of Applied Remote Sensing*, 2024, 18(4): 044510.
- [40] YANG Q Q, RAO L, FAN G Y, *et al.* WatNet: a high-precision water body extraction method in remote sensing images under complex backgrounds [J]. *Journal of Applied Remote Sensing*, 2024, 18(4): 044515.
- [41] 景海钊, 陶丽杰, 张号远. 3D-CNN 与 Transformer 混合结构的高光谱图像空谱联合分类[J]. 光学精密工程, 2024, 32(23): 3504-3512.  
JING H Z, TAO L J, ZHANG H K. Spectral-spatial classification of hyperspectral imagery with hybrid architecture of 3D-CNN and Transformer [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2024, 32(23): 3504-3512. (in Chinese)
- [42] RAJABI R, GHASSEMIAH H. Spectral unmixing of hyperspectral imagery using multilayer NMF [J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2015, 12(1): 38-42.
- [43] 唐继明, 保文星, 雷冰冰, 等. 用于高光谱图像解混的空谱重加权稀疏多层非负矩阵分解[J]. 光学精密工程, 2024, 32(22): 3348-3365.  
TANG J M, BAO W X, LEI B B, *et al.* Spatial-spectral reweighted sparse multi-layer nonnegative matrix factorization for hyperspectral image unmixing [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2024, 32(22): 3348-3365. (in Chinese)
- [44] DE HANDSCHUTTER P, GILLIS N, SIEBERT X. A survey on deep matrix factorizations [J]. *Computer Science Review*, 2021, 42: 100423.
- [45] HUANG R S, JIAO H Y, LI X R, *et al.* Hyperspectral unmixing using robust deep nonnegative matrix factorization [J]. *Remote Sensing*, 2023, 15(11): 2900.
- [46] FENG X R, LI H C, LI J, *et al.* Hyperspectral unmixing using sparsity-constrained deep nonnegative matrix factorization with total variation [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2018, 56(10): 6245-6257.
- [47] HEINZ D C, CHEIN-I-CHANG N. Fully constrained least squares linear spectral mixture analysis method for material quantification in hyperspectral imagery [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2001, 39(3): 529-545.
- [48] SU Y C, ZHU Z Q, GAO L R, *et al.* DAAN: a deep autoencoder-based augmented network for blind multilinear hyperspectral unmixing [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2024, 62: 5512715.
- [49] XIONG F C, QIAN Y T, ZHOU J, *et al.* Hyperspectral unmixing via total variation regularized nonnegative tensor factorization [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2019, 57(4): 2341-2357.

#### 作者简介:



屈克文, 男, 博士, 讲师, 2020 年于合肥工业大学获得博士学位, 主要从事稀疏和低秩表示理论、图学习网络以及数值优化方法在高光谱遥感图像解混、分类、超分辨率和融合以及在目标识别中的应用研究。E-mail: kewen.qu@nmu.edu.cn



保文星, 男, 博士, 教授, 2006 年于西安交通大学获得博士学位, 主要从事遥感影像处理和模式识别方面的研究。E-mail: bwx71@163.com



罗小娟, 女, 硕士研究生, 2023 年于宁夏师范大学获得学士学位, 主要从事高光谱混合像元分解方面的研究。E-mail: 18895054998@163.com